

	TOPOGRAFIA II	
	Aula teórica 05: Altura de ponto inacessível Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

ALTURA DE PONTO INACESSÍVEL

Conteúdo em vídeo

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=nTYplB7jGTw>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=qIJZisNXblk&feature=youtu.be>

Em algumas situações é necessário obter a altura de pontos onde não se consegue ter acesso por causa de obstruções ou outras situações. Nestes casos pode-se aplicar técnicas de topografia que serão vistas a seguir.

Existem dois casos:

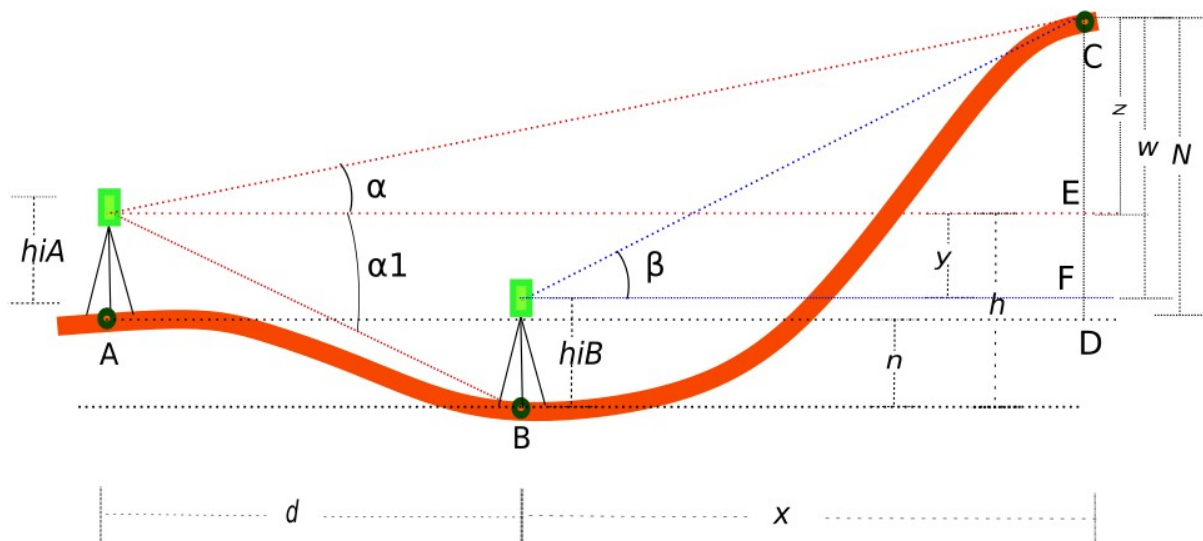
1. Utilizando pontos alinhados;
2. Por triangulação.

Determinação de pontos inacessíveis por pontos alinhados

A Figura 01 mostra as variáveis a serem medidas para a determinação da altura do ponto inacessível. Neste método os pontos A, B e C devem estar alinhados.

Em campo deve-se proceder da seguinte forma:

1. Instalar o equipamento no ponto A;
2. Alinhar o ponto B com o Ponto C, com o equipamento instalado no ponto A;
3. Ainda no ponto A, medir a altura do equipamento no ponto A (hiA) e medir os ângulos (α , e αI);
4. Instalar o equipamento no ponto B; medir altura (hiB) e o ângulo β ;
5. Medir a distância horizontal entre A e B.



hiA - Altura do equipamento em A

hiB - Altura do equipamento em B

d - distância horizontal entre o ponto A e B

x - distância horizontal entre o ponto B e o ponto C (inacessível)

n - distância vertical entre o ponto A e o ponto B

y - distância vertical entre o plano horizontal da luneta no ponto A e o plano horizontal da luneta no ponto B

h - distância vertical entre o plano horizontal da luneta no ponto A e o ponto B

N - distância vertical entre o ponto A e o ponto C

α - ângulo de inclinação entre A e C

$\alpha 1$ - ângulo de inclinação entre A e B

β - ângulo de inclinação entre B e C

z - distância vertical entre o ponto E e o ponto C

w - distância vertical entre o ponto F e o ponto C

Figura 01 – Altura de pontos inacessíveis com pontos alinhados

(Fonte: Adaptada de ESPARTEL & LÜDERITZ, 1970)

Equações

Conforme Figura 01 podemos estabelecer as seguintes relações:

$$N = hiA + z \quad (1)$$

$$y = h - hiB \quad (2)$$

$$tg \alpha 1 = \frac{h}{d} \rightarrow h = tg \alpha 1 * d \quad (3)$$

$$y = tg \alpha 1 * d - hiB \quad (4)$$

$$w = z + y \quad (5)$$

$$tg \beta = \frac{w}{x} \rightarrow x = \frac{w}{tg \beta}, \text{ mas } w = z + y \text{ então}$$

$$x = \frac{z+y}{tg \beta} \rightarrow x = (z+y) * cotg \beta \quad (6)$$

$$tg \alpha = \frac{z}{d+x} \rightarrow d * tg \alpha + x * tg \alpha = z \rightarrow x * tg \alpha = z - d * tg \alpha \rightarrow$$

$$x = \frac{z}{tg \alpha} - \frac{d * tg \alpha}{tg \alpha} \rightarrow x = z * cotg(\alpha) - d \quad (7)$$

Como temos duas equações para x podemos igualar as equações (6) com (7):

$$(z+y) * cotg \beta = z * cotg(\alpha) - d \rightarrow z * cotg \beta + y * cotg \beta = z * cotg(\alpha) - d$$

$$\rightarrow z * cotg \beta - z * cotg(\alpha) = -y * cotg \beta - d \rightarrow$$

$$z = \frac{((-y * cotg \beta) - d)}{(cotg \beta - cotg \alpha)} \rightarrow$$

$$z = \frac{((y * cotg \beta) + d)}{(cotg \alpha - cotg \beta)} \quad (8)$$

mas $N = hiA + z$ então

$$N = hiA + \frac{((y * cotg \beta) + d)}{(cotg \alpha - cotg \beta)} \quad (9)$$

mas $y = tg \alpha * d - hiB$, então:

$$N = hiA + \frac{(((tg \alpha * d - hiB) * cotg \beta) + d)}{(cotg \alpha - cotg \beta)} \quad (10)$$

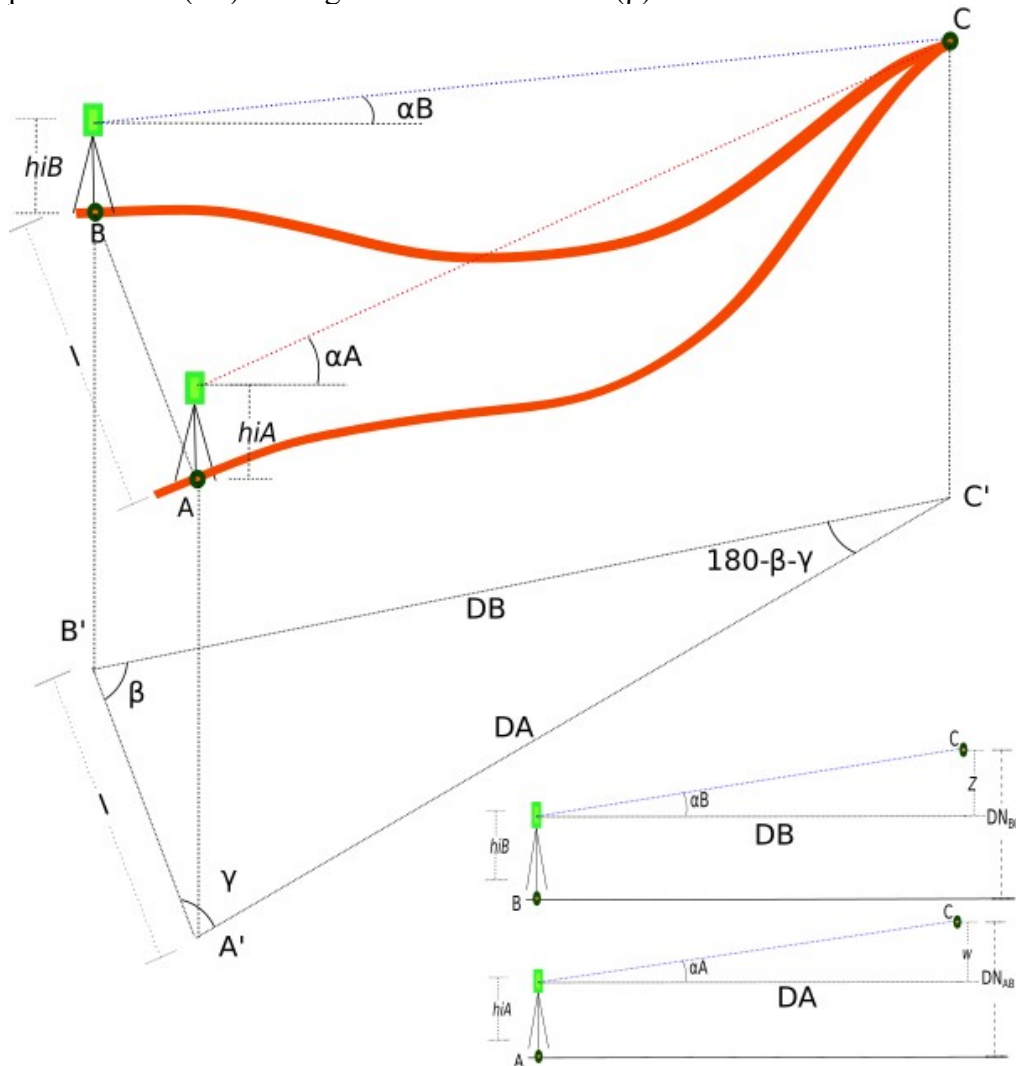
Lembrando que N é a diferença de nível entre o ponto A e ponto C

Determinação da altura de pontos inacessíveis por triangulação.

A Figura 02 ilustra as variáveis envolvidas na determinação de pontos inacessíveis por triangulação.

Em campo procede-se da seguinte forma:

1. Estaquear dois pontos (A e B) não alinhados;
2. Medir a distância horizontal entre A e B;
3. Estacionar o equipamento no ponto A e medir os ângulos de inclinação entre os pontos A e C (α_A) e o ângulo horizontal BÂC (γ);
4. Estacionar o equipamento no ponto B e medir os ângulos de inclinação entre os pontos B e C (α_B) e o ângulo horizontal A^BC (β).



α_A - ângulo de inclinação do ponto A para o ponto C
 α_B - ângulo de inclinação do ponto B para o ponto C
 hi_A - altura do equipamento no ponto A
 hi_B - altura do equipamento no ponto B
 l - distância horizontal entre o ponto A e o ponto B
 DB - distância horizontal entre o ponto B e o ponto C
 DA - distância horizontal entre o ponto A e o ponto C
 β - ângulo horizontal entre o ponto A e o ponto C, com equipamento instalado no ponto B
 γ - ângulo horizontal entre o ponto B e o ponto C, com o equipamento instalado no ponto A
 DN_{AB} - Diferença de nível entre o ponto A e o ponto C
 DN_{BC} - Diferença de nível entre o ponto B e o ponto C
 z - distância na vertical entre o plano horizontal da luneta no ponto B e o ponto C
 w - distância na vertical entre o plano horizontal da luneta no ponto A e o ponto C

Figura 02 – Determinação de altura de pontos inacessíveis por triangulação

Equações

Conforme Figura 02 podemos estabelecer as seguintes relações:

$$DN_{BC} = hiB + z \quad (11)$$

$$tg(\alpha B) = \frac{z}{DB} \rightarrow z = DB * tg(\alpha B) \rightarrow$$

$$DN_{BC} = hiB + DB * tg(\alpha B) \quad (12)$$

$$DN_{AC} = hiA + w \quad (13)$$

$$tg(\alpha A) = \frac{w}{DA} \rightarrow w = DA * tg(\alpha A) \rightarrow$$

$$DN_{AC} = hiA + DA * tg(\alpha A) \quad (14)$$

Pela lei dos senos temos:

$$\frac{l}{\sin(180^\circ - \beta - \gamma)} = \frac{DA}{\sin(\beta)} = \frac{DB}{\sin(\gamma)} \quad (15)$$

Da equação (15) temos :

$$DA = \frac{l * \sin(\beta)}{\sin(180^\circ - \beta - \gamma)} \rightarrow DA = \frac{l * \sin(\beta)}{\sin(\beta + \gamma)} \quad (16)$$

De forma similar temos:

$$DB = \frac{l * \sin(\gamma)}{\sin(180^\circ - \beta - \gamma)} \rightarrow DB = \frac{l * \sin(\gamma)}{\sin(\beta + \gamma)} \quad (17)$$

Assim, podemos determinar o desnível do ponto A para o ponto C substituindo a equação (16) na equação (14):

$$DN_{AC} = \left(\frac{l * \sin(\beta)}{\sin(\beta + \gamma)} \right) * (tg(\alpha A)) + hiA \quad (18)$$

Para determinar o desnível do ponto B para o ponto C basta substituir a equação (17) na equação (12) :

$$DN_{BC} = \left(\frac{l * \sin(\gamma)}{\sin(\beta + \gamma)} \right) * (tg(\alpha B)) + hiB \quad (19)$$

Exercícios

1) Realizar um procedimento de campo e determinar a altura de um ponto inacessível utilizando os dois métodos apresentados

4 – BIBLIOGRAFIA

ESPARTEL, L.; LÜDERITZ, J. Caderneta de Campo. 3º Edição. Editora Globo S.A. Porto Alegre. 1970.